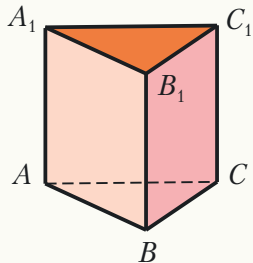


# Многогранники

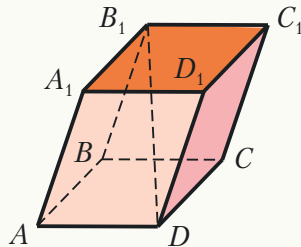
## призма

прямая  
правильная



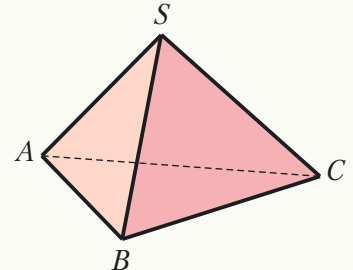
## параллелепипед

прямой  
прямоугольный



## пирамида

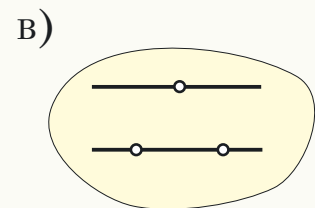
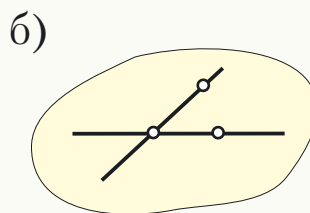
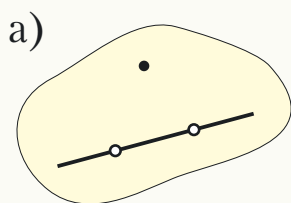
правильная  
тетраэдр



## АКСИОМЫ СТЕРЕОМЕТРИИ

- I. Если две точки прямой принадлежат ...
- II. Если две плоскости имеют общую точку ...
- III. Через три точки, не лежащие ...

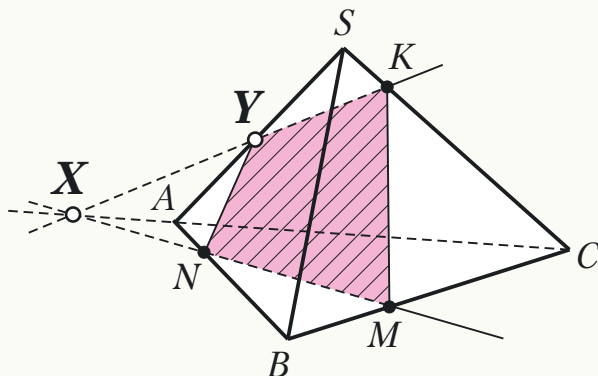
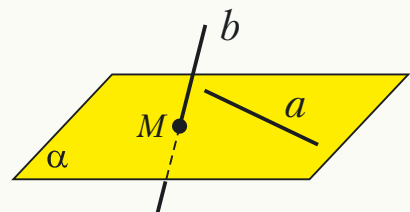
### Следствия



## Признак скрещивающихся прямых

Дано:  $a \in \alpha, b \cap \alpha = M, M \notin a$

Доказать:  $a$  и  $b$  скрещиваются



### Задача

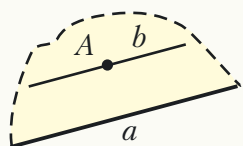
Дано: точки  $M, N, K$

Построить:

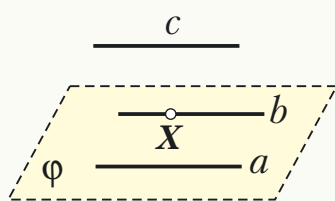
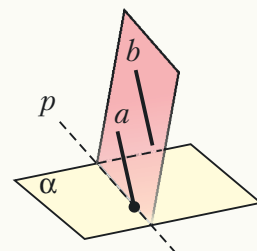
сечение тетраэдра  $SABC$   
плоскостью  $MNK$

# Параллельность прямых

**T<sub>1</sub>** Дано:  $a; A$   
Доказать: можно  $b \parallel a$   
и только одну



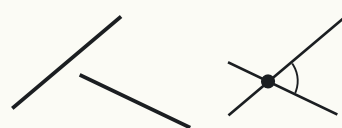
**T<sub>2</sub>** Дано:  $a \parallel b, a$  перес.  $\alpha$   
Доказать:  $b$  перес.  $\alpha$



**T<sub>3</sub>** Дано:  $a \parallel c, b \parallel c$   
Доказать:  $a \parallel b$

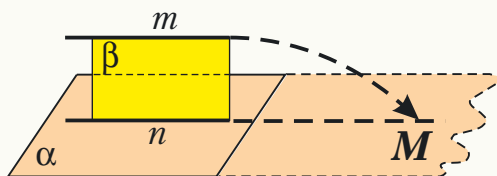
$b$  лежит в пл.  $\phi$  (T<sub>2</sub>)  
 $b$  не перес.  $a$  (T<sub>1</sub>)

УГОЛ МЕЖДУ  
СКРЕЩИВАЮЩИМИСЯ



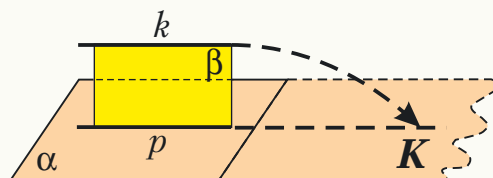
# Параллельность прямой и плоскости

Дано:  $m \parallel n, n \in \alpha$   
Доказать:  $m \parallel \alpha$



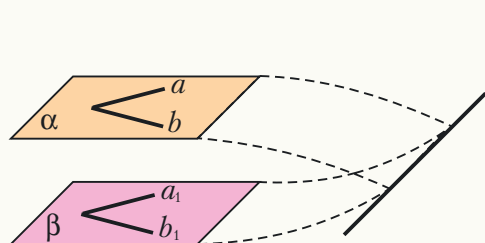
$M$  — общая для  $\alpha$  и  $\beta$ .

Дано:  $k \parallel \alpha, k \in \beta$   
Доказать:  $k \parallel p$

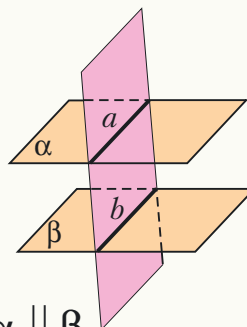


Если  $k$  пересекает  $p$ , то  $k$  пересекает и  $\alpha$ !

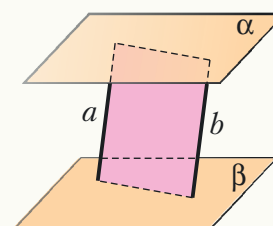
# Параллельность плоскостей



Дано:  $a \parallel a_1, b \parallel b_1$   
Доказать:  $\alpha \parallel \beta$



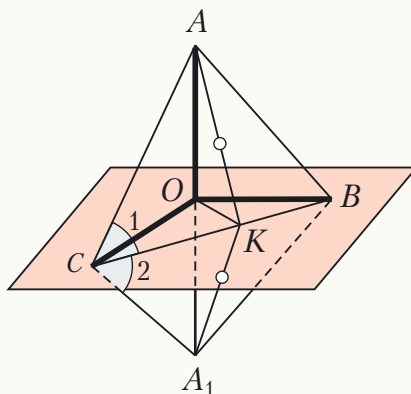
Дано:  $\alpha \parallel \beta$   
Доказать:  $a \parallel b$



Дано:  $\alpha \parallel \beta, a \parallel b$   
Доказать:  $a = b$

# Перпендикулярность прямой и плоскости

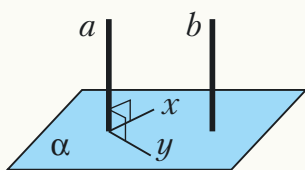
**Определение**  
к любой!



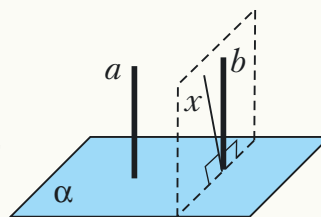
**Признак**  
к двум!

Дано:  $AO \perp OB$ ,  $AO \perp OC$

Доказать:  $AO \perp$  к любой!



Дано:  $a \parallel b$ ,  $a \perp \alpha$   
Доказать:  $b \perp \alpha$

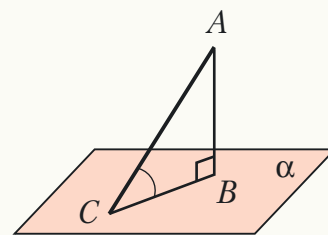


Дано:  $a \perp \alpha$ ,  $b \perp \alpha$   
Доказать:  $a \parallel b$

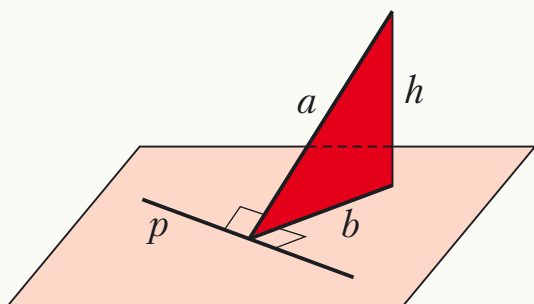
## Перпендикуляр и наклонная

меньшей наклонной – меньшая проекция  
равным наклонным – равные проекции

$\angle C$  – угол между прямой  $AC$  и пл.  $\alpha$



## Теорема о трех перпендикулярах



Дано:  $b \perp p$

Дано:  $a \perp \alpha$

Доказать:  $a \perp p$

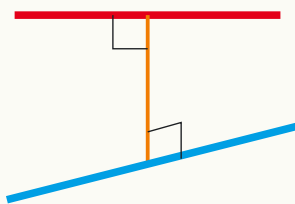
Доказать:  $b \perp p$

Если проекция ( $b$ ) перпендикулярна прямой ( $p$ ), лежащей в плоскости, то и сама наклонная ( $a$ ) перпендикулярна этой прямой ( $p$ ).

Если наклонная ( $a$ ) перпендикулярна прямой ( $p$ ), лежащей в плоскости, то и ее проекция ( $b$ ) перпендикулярна этой прямой ( $p$ ).

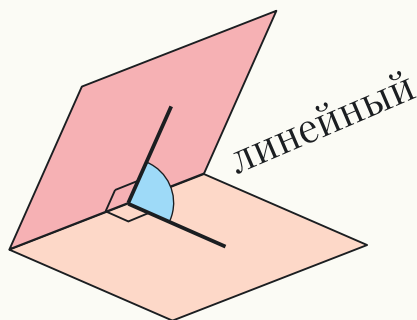
**Прямая  $p$  перпендикулярна двум пересекающимся прямым плоскости треугольника:  $b$  и  $h$  или  $a$  и  $h$ .**

# РАССТОЯНИЕ МЕЖДУ СКРЕЩИВАЮЩИМИСЯ ПРЯМЫМИ

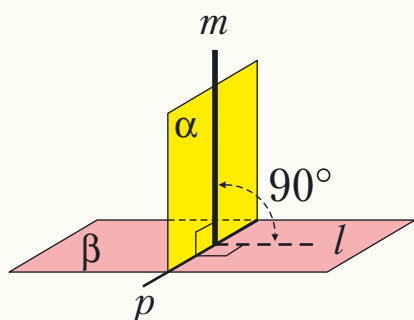


ИЛИ  
ИЛИ  
ИЛИ общий перпендикуляр

## Двугранный угол



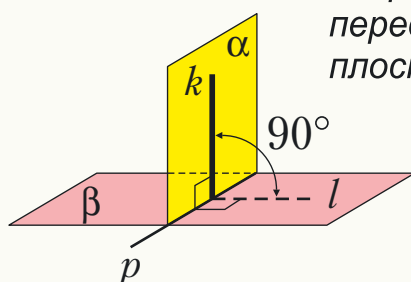
## Признак перпендикулярности плоскостей



Дано:  $\alpha$  проходит через  $t \perp \beta$

Доказать:  $\alpha \perp \beta$

*Теорема о перпендикуляре к линии пересечения двух перпендикулярных плоскостей*



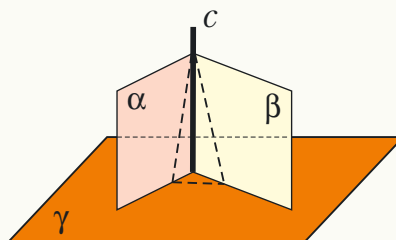
Дано:  $\alpha \perp \beta, k \perp p$

Доказать:  $k \perp \beta$

*Теорема о линии пересечения двух плоскостей, перпендикулярных третьей плоскости*

Дано:  $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$

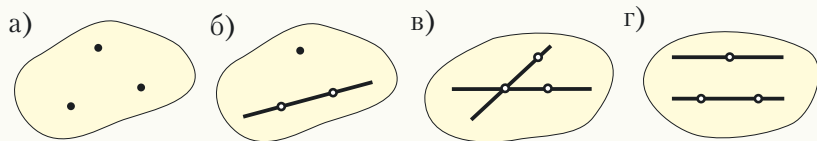
Доказать:  $c \perp \gamma$



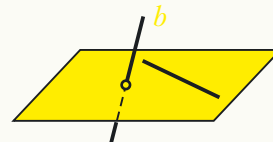
# Геометрия. 10 класс

## Прямые и плоскости в пространстве

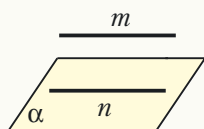
### 4 способа задания плоскости



Признак скрещивающихся прямых

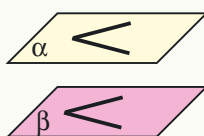


ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ



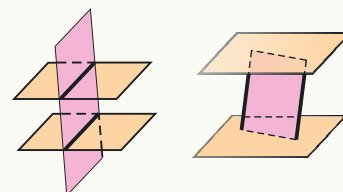
$$m \parallel \alpha$$

ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПЛОСКОСТЕЙ

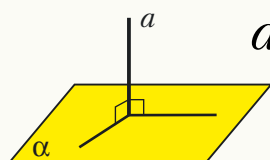


$$\alpha \parallel \beta$$

СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПЛОСКОСТЕЙ

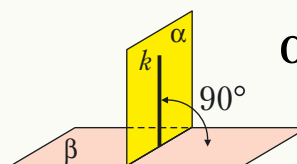


ПРИЗНАК ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ



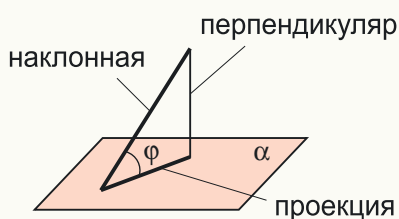
$$a \perp \alpha$$

ПРИЗНАК ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ ПЛОСКОСТЕЙ

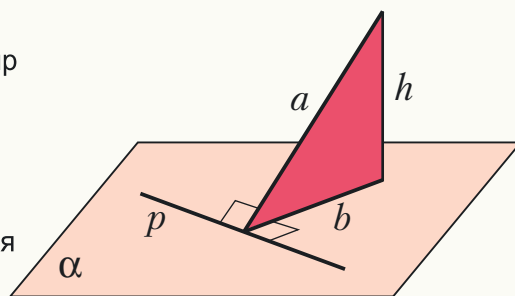


$$\alpha \perp \beta$$

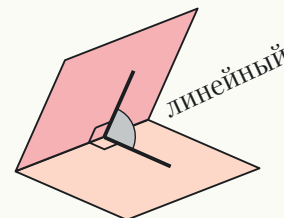
## ТЕОРЕМА О ТРЕХ ПЕРПЕНДИКУЛЯРАХ



$\varphi$  – угол между прямой и плоскостью

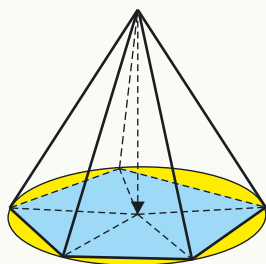


### Двугранный угол



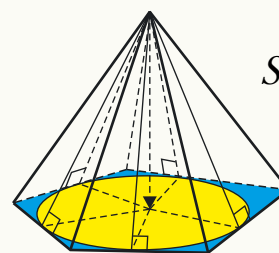
Угол между плоскостями

Если боковые ребра пирамиды равны или равно наклонены



вершина в центр описанной окружности

Если высоты боковых граней равны или грани равно наклонены



вершина в центр вписанной окружности

$$S_{\text{бок}} = \frac{S_{\text{осн}}}{\cos \varphi}$$